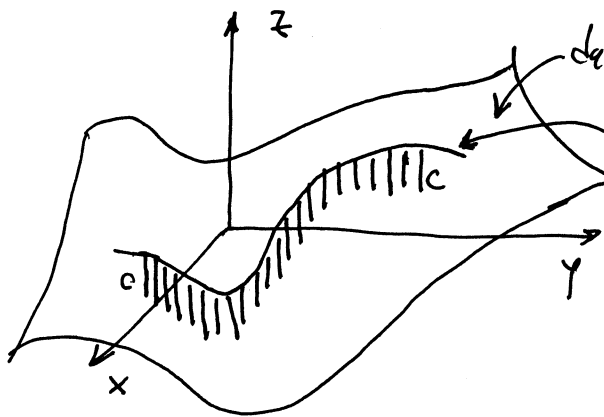


# Linije najvećeg nagiba

Kriva na površi koja je normalna na nivoisku liniju površi  $z=c$  zove se linija najvećeg nagiba.

Kada su dvije krive normalne jedna na drugu?

Nivorske linije (nivo linije, izo linije) površi  $u=f(x,y,z)$  su krive na površi koje su ujedno i krive  $u$  dvodimenzionalnog skalarnom polju zadane jednačinom  $z=f(x,y)$ ,  $z=c$  ( $c \in \mathbb{R}$ )



dachu površ  $\vec{r}$

linije na površi dočijenu kao presjek površi  $\vec{r}$  sa ravni  $z=c$ ,

Trajektorija je neprekidna kriva koju opisuje materijalna tačka prilikom kretanja. Kretanje se može odrediti sistemom diferencijalnih jednačina. U tom slučaju govori se o sistemu diferencijalnih jednačina.

Linije najvećeg nagiba možemo odrediti tako što rješavamo diferencijalne jednačine:  $d\vec{r}_{(z=c)}$ ,  $d\vec{r}_N = 0$

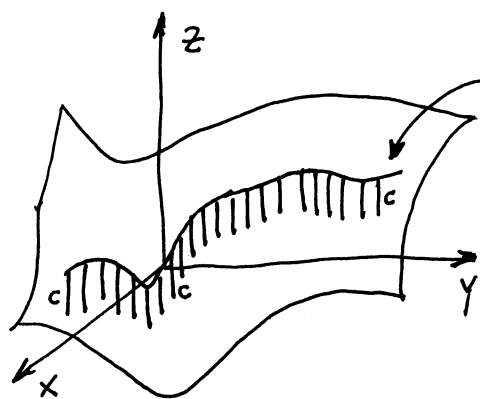
uvrstimo u dubu površ  $\vec{r} = \vec{r}(u,v)$ .

( $\vec{r}_N$  je nivoisku linija za koju je  $z=c$ .  $d\vec{r}_{(z=c)}$  je diferencijal  $f$ -je  $\vec{r}$  poslije čega je stavljeno  $z=c$ )

(#) Odrediti linije najvećeg nagiba površi  $\vec{r} = (u \cos v, u \sin v, \frac{1}{u})$ .

Rj. Kriva na površi koja je normalna na nivočkoj liniji površi  $z=c$  zove se linija najvećeg nagiba.

Nivo linije ili nivočke linije ili izolacije površi  $u=f(x,y,z)$  su krive na površi (krive u dvodimenzionalnom skalarnom polju) zadane jednačinom  $z=f(x,y)$ ,  $z=c$  ( $c \in \mathbb{R}$ ).



kriva na površi čija je svaka tačka na udaljenosti  $c$  od  $xOy$  ravni

Linija najvećeg nagiba je normalna na nivočku liniju za koju je  $z=c_1 = \frac{1}{u} = \frac{1}{c}$  tj. na krivu

$$\vec{r}_N = (c \cos v, c \sin v, \frac{1}{c})$$

tj.  $d\vec{r}_{(u=c)} \cdot d\vec{r}_N = 0$ ,

$$d\vec{r} = (\cos v du - u \sin v dv, \sin v du + u \cos v dv, -\frac{du}{u^2})$$

$$d\vec{r}_{(u=c)} = (\cos v du - c \sin v dv, \sin v du + c \cos v dv, -\frac{dv}{c^2})$$

$$d\vec{r}_N = (-c \sin v dv, c \cos v dv, 0)$$

$$d\vec{r}_{(u=c)} \cdot d\vec{r}_N = 0$$

$$-c \sin v \cos v du dv + c^2 \sin^2 v dv^2 + c \cos v \sin v du dv + c^2 \cos^2 v dv^2 = 0$$

To je diferencijalna jednačina linije najvećeg nagiba:

$$c^2 dv^2 = 0.$$

$$dv = 0$$

$$v = k, \quad k - \text{konstanta}$$

Linije najvećeg nagiba imaju jednačinu

$$\vec{r} = (u \cosh k, u \sinh k, \frac{1}{u})$$

# Odrediti linije najvećeg nagiba površi

$$\vec{r} = \vec{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u + v).$$

R.

Kriva na površi koja je normalna na nivoersku liniju površi  $z=0$  zove se linija najvećeg nagiba.

Linije najvećeg nagiba su normalne na nivoerske linije  $z=C=u+v$  ( $\Rightarrow u=C-v$ ) čija je jednačina ( $z=u+v=C$ )

$$\vec{r}_N = ((C-v) \cos v, (C-v) \sin v, C)$$

Diferencijalna jednačina nivoerskih linija je

$$d\vec{r}_{(u+v=C)} \cdot d\vec{r}_N = 0$$

Kako je

$$d\vec{r}_N = (-\cos v - (C-v) \sin v, -\sin v + (C-v) \cos v, 0)$$

$$d\vec{r} = (\cos v du - u \sin v dv, \sin v du + u \cos v dv, du + dv)$$

$$d\vec{r}_{(u+v=C)} = (\cos v du - (C-v) \sin v dv, \sin v du + (C-v) \cos v dv, du + dv)$$

to je

$$d\vec{r}_N \cdot d\vec{r}_{(u+v=C)} = \underbrace{-\cos^2 v du}_{\text{okruženo}} + \underbrace{(C-v) \sin v \cos v dv}_{\text{okruženo}} -$$

$$\underbrace{-(C-v) \sin v \cos v du}_{\text{okruženo}} + \underbrace{(C-v)^2 \sin^2 v dv}_{\text{okruženo}} - \underbrace{\sin^2 v du}_{\text{okruženo}} -$$

$$\underbrace{-(C-v) \sin v \cos v dv}_{\text{okruženo}} + \underbrace{(C-v) \cos v \sin v du}_{\text{okruženo}} +$$

$$+ (C-v)^2 \cos^2 v dv = 0$$

$$-du + (C-v)^2 dv = 0$$

$$du = \underbrace{(C-v)^2}_{C^2 - 2Cv + v^2} dv \Rightarrow$$

$$u = C^2 v - Cv^2 + \frac{1}{2} v^2 + C_1 = f(v)$$

Prema tome jednačina nivoerskih linija je  $\vec{r} = (f(v) \cos v, f(v) \sin v, f(v) + v)$ .